

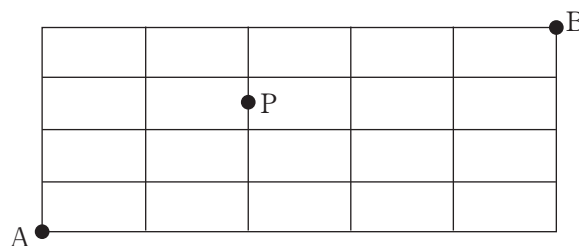
# 数 学

次の各問いに答えよ。Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの解答欄には答えを導く途中の式も含めて書くこと。  
ただしⅡ a) は除く。

Ⅰ 次の各問いに答えよ。

- (1)  $S = x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$  について、次の問いに答えよ。
- $x^2 - 2xy + y^2$  を因数分解せよ。
  - $x, y$  が実数であるとき  $T = x^2 - 2xy + y^2$  の最小値とそのとき  $x, y$  の満たす条件式を答えよ。
  - $S$  の右辺を変形し  $(x-y)^2, (y-z)^2, (z-x)^2$  のすべてを用いた式にせよ。
  - $x, y, z$  が実数のとき、 $S$  の最小値を求めよ。また、そのとき  $x, y, z$  の満たす条件式を答えよ。

- (2) 右図のような道がある地域において、次のような最短経路は何通りあるか、答えよ。



- 地点 A から地点 B に行く最短経路。
  - 地点 P が工事中で通過できないとき、地点 A から地点 B に行く最短経路。
- (3) 次の命題を考える。ここで  $a, b$  は整数とする。
- 命題 P :  $a^2 + b^2$  が奇数ならば、 $a$  が奇数または  $b$  が奇数である。
- 命題 P の対偶を答えよ。
  - 対偶の命題の真偽を答え、真の場合はその理由を述べ、偽の場合は反例を挙げよ。
- (4) 12個の値からなるデータがある。そのうち6個の値の平均値は2，分散は2であり，残りの6個の値の平均値は10，分散は2である。このとき，次の問いに答えよ。
- このデータ全体の平均値を求めよ。
  - このデータ全体の分散を求めよ。

(下書き用紙)

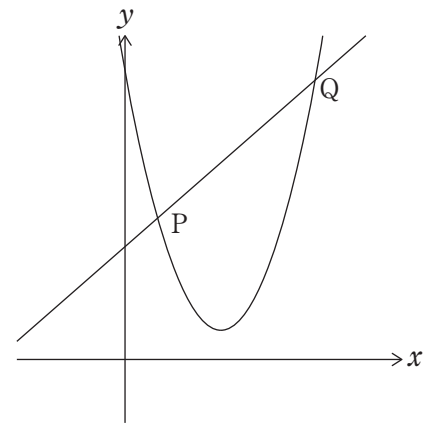
(5) 次の各問いに答えよ。

- a)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき,  $\sin \theta$  の値の範囲を答えよ。
- b)  $y = \cos^2 \theta - 3 \sin \theta - 1$  において,  $\sin \theta = t$  において  $y$  を  $t$  の 2 次関数で表せ。
- c)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき,  $y = \cos^2 \theta - 3 \sin \theta - 1$  の最大値と最小値を求め, それぞれのときの  $\theta$  の値も求めよ。

II 自然数  $n$  について, 次の問いに答えよ。

- a)  $n$  が 3 の倍数でないとき,  $n$  はどのような形の式で表せるか答えよ。
- b)  $n$  が 3 の倍数でないとき,  $n^2 + 2$  は 3 の倍数になることを説明せよ。
- c)  $n$  と  $n^2 + 2$  がともに素数となる自然数  $n$  をすべて求めよ。

III 放物線  $y = x^2 - 6x + 10$  と直線  $y = x + k$  が 2 点 P, Q で交わり, 2 点間の距離が  $5\sqrt{2}$  であるとき, 次の問いに答えよ。



- a) 交点 P, Q の  $x$  座標をそれぞれ  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とするとき,  $\beta - \alpha$  の値を求めよ。
- b) 2 次方程式  $x^2 - 6x + 10 = x + k$  を利用して,  $\alpha + \beta$  の値を求めよ。
- c) a), b) の結果を用いて,  $k$  の値を求めよ。

IV  $\triangle ABC$  において,  $AB = 5$ ,  $BC = 7$ ,  $\angle A = 120^\circ$  とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- a) 辺 AC の長さを求めよ。
- b)  $\triangle ABC$  の面積を求めよ。
- c)  $\angle A$  の 2 等分線と BC との交点を P とする。このとき,  $BP : PC$  の値を利用して, 辺 BP の長さを求めよ。
- d)  $\triangle ABP$  の面積を求めよ。

(下書き用紙)